

1 Mathematik

1.1 Grundlagen

Ähnlichkeit zweier Dreiecke

Die folgenden Aussagen zu zwei Dreiecken sind äquivalent:

- ◆ Die Dreiecke sind ähnlich.
- ◆ Die Größen der Winkel des einen Dreiecks stimmen mit den Größen der Winkel des anderen Dreiecks überein.
- ◆ Die Verhältnisse der Seitenlängen des einen Dreiecks stimmen mit den Verhältnissen der Seitenlängen des anderen Dreiecks überein.

Binomische Formeln

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

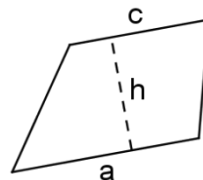
$$a^2 - b^2 = (a + b) \cdot (a - b)$$

Maße von Figuren

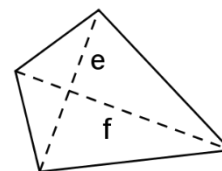
Dreieck
 $A = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h$

Parallelogramm²
 $A = g \cdot h$

Trapez
 $A = \frac{1}{2} \cdot (a + c) \cdot h$



Drachenviereck
 $A = \frac{1}{2} \cdot e \cdot f$



Kreis
 $A = \pi \cdot r^2$
 $U = 2\pi \cdot r$

Maße von Körpern

Prisma
 $V = A_G \cdot h$

Pyramide
 $V = \frac{1}{3} \cdot A_G \cdot h$

Zylinder
 $V = A_G \cdot h$
 für gerade Zylinder:
 $A_O = 2 \cdot A_G + 2\pi \cdot r \cdot h$

Kegel
 $V = \frac{1}{3} \cdot A_G \cdot h$
 für gerade Kegel:
 $A_O = A_G + \pi \cdot r \cdot m$
 (m: Abstand der Spitze vom
 Rand der Grundfläche)

Kugel
 $V = \frac{4}{3} \pi \cdot r^3$
 $A_O = 4\pi \cdot r^2$

Trigonometrie

$$\sin(-\varphi) = -\sin \varphi$$

$$\sin(\varphi - 90^\circ) = -\cos \varphi$$

$$(\sin \varphi)^2 + (\cos \varphi)^2 = 1$$

$$\cos(-\varphi) = \cos \varphi$$

$$\cos(\varphi - 90^\circ) = \sin \varphi$$

Winkelmaße

Beträgt die Größe eines Winkels im Gradmaß 360° , so beträgt sie im Bogenmaß 2π .

² Ein Parallelogramm mit vier gleich langen Seiten wird als Raute bezeichnet.

Potenzen und Logarithmen

$$a^r \cdot b^r = (a \cdot b)^r$$

$$a^r \cdot a^s = a^{r+s}$$

$$(a^r)^s = a^{r \cdot s}$$

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m$$

$$\frac{a^r}{b^r} = \left(\frac{a}{b}\right)^r$$

$$\frac{a^r}{a^s} = a^{r-s}$$

$$a^{-r} = \frac{1}{a^r}$$

$$\log_a (b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$$

$$\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$$

$$\log_a b^r = r \cdot \log_a b$$

Quadratische Gleichung

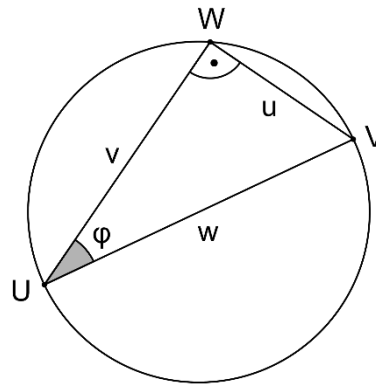
$x_1 = -\frac{p}{2} - \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$ und $x_2 = -\frac{p}{2} + \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$ sind die Lösungen der Gleichung $x^2 + px + q = 0$.

Rechtwinkliges Dreieck

$$\diamond \sin \varphi = \frac{u}{w}$$

$$\cos \varphi = \frac{v}{w}$$

$$\tan \varphi = \frac{\sin \varphi}{\cos \varphi} = \frac{u}{v}$$



◆ Satz des Pythagoras

Wenn ein Dreieck rechtwinklig ist, dann gilt für die Längen u und v der beiden Katheten und die Länge w der Hypotenuse $u^2 + v^2 = w^2$.

Wenn für die Längen u , v und w der Seiten eines Dreiecks $u^2 + v^2 = w^2$ gilt, dann hat dieses Dreieck einen rechten Winkel, der der Seite mit der Länge w gegenüber liegt.

◆ Satz des Thales

Wenn ein Dreieck beim Eckpunkt W einen rechten Winkel hat, dann liegt W auf dem Kreis, der den Mittelpunkt der gegenüberliegenden Seite als Mittelpunkt hat und durch die beiden anderen Eckpunkte verläuft.

Wenn der Eckpunkt W eines Dreiecks auf dem Kreis liegt, der den Mittelpunkt der gegenüberliegenden Seite als Mittelpunkt hat und durch die beiden anderen Eckpunkte verläuft, dann hat dieses Dreieck bei W einen rechten Winkel.

Symbole in Verbindung mit Mengen

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

$$\mathbb{R}^+ = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 0\}$$

$$[a; b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$$

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

$$\mathbb{R}_0^+ = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 0\}$$

$$]a; b[= \{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$$

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$$

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$$

$$A \setminus B = \{x \mid x \in A \wedge x \notin B\}$$