

Untersuchung einer Funktion und ihres Graphen auf besondere Stellen („Kurvendiskussion“)

<i>gesucht:</i>	<i>das bedeutet:</i>	<i>analytisch („per Hand“)</i>	<i>numerisch (mit GTR)</i>
Definitionsbereich	Für welche x gibt es ein $f(x)$? Für welche nicht?		
Differenzierbarkeit	Hat der Graph „Knicke“, Sprünge oder Definitionslücken?		
Globalverhalten	Wie sieht der Graph Richtung $\pm\infty$ aus? Gibt es Asymptoten?		
Symmetrie	Achsensymmetrie zur y-Achse? Punktsymmetrie zum Ursprung?		
Nullstellen	An welchen Stellen x_0 schneidet der Graph die x-Achse?		
lokale Extremstellen	An welchen Stellen x_E hat der Graph „Buckel“ oder „Senken“?		
Extrempunkte	Welche $f(x)$ -Werte gehören zu den Extremstellen?		
Monotonie	In welchen Intervallen steigt oder fällt der Funktionsgraph?		
Wendestellen	An welche Stellen x_W ändert der Graph die Kurvenrichtung?		
Wendepunkte	Welche $f(x)$ -Werte gehören zu den Wendestellen?		
Krümmungsverhalten	In welchen Intervallen krümmt sich der Graph links- / rechtsherum?		
(Wende)-tangente	Gerade, die mit gleicher Steigung durch einen (Wende)punkt verläuft.		

Stelle: x-Wert

Asymptote: Gerade, an die sich der Graph anschmiegt, die er aber nie erreicht.

Angabe von **Punkten:** $(x_i / f(x_i))$ **Hochpunkt / Tiefpunkt:** „Buckel“ oder „Senke“ des Graphen

(lokales) Maximum / Minimum: (über einem Intervall) größter / kleinster Funktionswert $f(x)$

Untersuchung einer Funktion und ihres Graphen auf besondere Stellen („Kurvendiskussion“)

<i>gesucht:</i>	<i>das bedeutet:</i>	<i>analytisch („per Hand“)</i>	<i>numerisch (mit GTR)</i>
Definitionsbereich	Für welche x gibt es ein $f(x)$? Für welche nicht?	Stellen ausnehmen, wo Nenner = 0 <u>oder</u> f nicht definiert ist. Bei Polynomen ist $ID = IR$.	$y1 = f(x)$ eingeben. Graph auf Polstellen (senkrechte Asymptote) untersuchen.
Differenzierbarkeit	Hat der Graph „Knicke“, Sprünge oder Definitionslücken?	Knicke: nur bei speziellen oder zusammengesetzten Funktionen. Lücken s.o.	Graph anschauen. Eingabe stückweise Fkt.: $(a < X)(X < b)(f(x)) \dots$
Globalverhalten	Wie sieht der Graph Richtung $\pm \infty$ aus? Gibt es Asymptoten?	Grenzwert für $x \rightarrow \pm \infty$ bilden. Großer Wert eingesetzt in $f(x)$ gibt Orientierung.	Graph oder Wertetabelle für große Beträge anschauen gibt Orientierung.
Symmetrie	Achsensymmetrie zur y -Achse? Punktsymmetrie zum Ursprung?	Setze x_S und $-x_S$ in $f(x)$ ein. Forme um ... $f(x_S) = f(-x_S)$? AS!, $f(x_S) = -f(-x_S)$? PS!	Graphen von $f(x)$ sowie $f(-x)$ bzw. $-f(-x)$ anzeigen. Deckungsgleich \rightarrow Symmetrie
Nullstellen	An welchen Stellen x_0 schneidet der Graph die x -Achse?	Setze $f(x) = 0$, berechne alle x_0 . (Gleichung lösen durch Probieren, Polynomdivision, p - q -Formel, andere bekannte Methoden)	$y1 = f(x)$ <input type="button" value="2nd"/> <input type="button" value="calc"/> 2:zero <input type="button" value="enter"/> LeftBound? <input type="button" value="left"/> <input type="button" value="left"/> <input type="button" value="enter"/> RightBound? <input type="button" value="right"/> <input type="button" value="right"/> <input type="button" value="enter"/> Guess? <input type="button" value="left"/> <input type="button" value="enter"/>
lokale Extremstellen	An welchen Stellen x_E hat der Graph „Buckel“ oder „Senken“?	Setze $f'(x_E) = 0$; berechne alle x_E . Prüfe: $f''(x_E) < 0$ <u>oder</u> VZW f' : $+\rightarrow-$? lok. Max; $f''(x_E) > 0$ <u>oder</u> VZW f' : $-\rightarrow+$? lok. Min	$y2 = \frac{d}{dx}(Y_1) _{X=X}$ <input type="button" value="2nd"/> <input type="button" value="calc"/> 2:zero <input type="button" value="enter"/> LeftBound? <input type="button" value="left"/> <input type="button" value="left"/> <input type="button" value="enter"/> RightBound? <input type="button" value="right"/> <input type="button" value="right"/> <input type="button" value="enter"/> Guess? <input type="button" value="left"/> <input type="button" value="enter"/> (bei mehreren Graphen wechseln <input type="button" value="up"/>)
Extrempunkte	Welche $f(x)$ -Werte gehören zu den Extremstellen?	Setze die Stellen x_E in die Funktionsgleichung ein $f(x)$ und berechne. Punkte: $(x_E / f(x_E))$	Im Hauptbildschirm: $y1(x_E)$ <input type="button" value="ENTER"/> <u>oder</u> <input type="button" value="2nd"/> <input type="button" value="calc"/> 1:value <input type="button" value="enter"/> x_E <input type="button" value="enter"/>
Monotonie	In welchen Intervallen steigt oder fällt der Funktionsgraph?	für $f'(x) < 0$ fällt der Graph, für $f'(x) > 0$ steigt der Graph	Graph anschauen: steigt oder fällt? <u>oder</u> Ableitung anschauen: unter oder über x -Achse
Wendestellen	An welche Stellen x_W ändert der Graph die Kurvenrichtung?	Setze $f''(x_W) = 0$; berechne alle x_W . Prüfe: $f'''(x_W) \neq 0$ <u>oder</u> VZW von f'' bei x_W ?	$y3 = f''(x)$ s.o. <input type="button" value="2nd"/> <input type="button" value="calc"/> 2:zero <input type="button" value="enter"/> LeftBound? <input type="button" value="left"/> <input type="button" value="left"/> <input type="button" value="enter"/> RightBound? <input type="button" value="right"/> <input type="button" value="right"/> <input type="button" value="enter"/> Guess? <input type="button" value="left"/> <input type="button" value="enter"/> (bei mehreren Graphen wechseln <input type="button" value="up"/>)
Wendepunkte	Welche $f(x)$ -Werte gehören zu den Wendestellen?	Setze die Stellen x_W in die Funktionsgleichung $f(x)$ ein und berechne. Punkte: $(x_W / f(x_W))$	Im Hauptbildschirm: $y1(x_W)$ <input type="button" value="ENTER"/> <u>oder</u> <input type="button" value="2nd"/> <input type="button" value="calc"/> 1:value <input type="button" value="enter"/> x_W <input type="button" value="enter"/>
Krümmungsverhalten	In welchen Intervallen krümmt sich der Graph links- / rechtsherum?	für $f''(x) < 0$ ist der Graph eine Rechtskurve für $f''(x) > 0$ ist der Graph eine Linkskurve	$y3 = \frac{d}{dx}(Y_2) _{X=X}$ f'' <u>oder</u> f betrachten
(Wende-)tangente	Gerade, die mit gleicher Steigung durch einen (Wende)punkt verläuft.	Gleichung aus „Steigungsdreieck“: $t: y = f'(x_W) \cdot (x - x_W) + f(x_W)$	evtl. <input type="button" value="window"/> $X=0.1$ $\text{Tracestep}=0$. Einstellen <input type="button" value="graph"/> <input type="button" value="2nd"/> <input type="button" value="draw"/> 5:Tangent Pkt.wählen <input type="button" value="enter"/>