

## Untersuchung einer Funktion und ihres Graphen auf besondere Stellen („Kurvendiskussion“)

<i>gesucht:</i>	<i>das bedeutet:</i>	<i>analytisch („per Hand“)</i>	<i>numerisch (mit GTR)</i>
<b>Definitionsbereich</b>	Für welche $x$ gibt es ein $f(x)$ ? Für welche nicht?		
<b>Differenzierbarkeit</b>	Hat der Graph „Knicke“, Sprünge oder Definitionslücken?		
<b>Globalverhalten</b>	Wie sieht der Graph Richtung $\pm\infty$ aus? Gibt es Asymptoten?		
<b>Symmetrie</b>	Achsensymmetrie zur y-Achse? Punktsymmetrie zum Ursprung?		
<b>Nullstellen</b>	An welchen Stellen $x_0$ schneidet der Graph die x-Achse?		
<b>lokale Extremstellen</b>	An welchen Stellen $x_E$ hat der Graph „Buckel“ oder „Senken“?		
<b>Extrempunkte</b>	Welche $f(x)$ -Werte gehören zu den Extremstellen?		
<b>Monotonie</b>	In welchen Intervallen steigt oder fällt der Funktionsgraph?		
<b>Wendestellen</b>	An welche Stellen $x_W$ ändert der Graph die Kurvenrichtung?		
<b>Wendepunkte</b>	Welche $f(x)$ -Werte gehören zu den Wendestellen?		
<b>Krümmungsverhalten</b>	In welchen Intervallen krümmt sich der Graph links- / rechtsherum?		
<b>(Wende)-tangente</b>	Gerade, die mit gleicher Steigung durch einen (Wende)punkt verläuft.		

**Stelle:** x-Wert

**Asymptote:** Gerade, an die sich der Graph anschmiegt, die er aber nie erreicht.

Angabe von **Punkten:**  $(x_i | f(x_i))$       **Hochpunkt / Tiefpunkt:** „Buckel“ oder „Senke“ des Graphen

**(lokales) Maximum / Minimum:** (über einem Intervall) größter / kleinster Funktionswert  $f(x)$

## Untersuchung einer Funktion und ihres Graphen auf besondere Stellen („Kurvendiskussion“)

<i>gesucht:</i>	<i>das bedeutet:</i>	<i>analytisch („per Hand“)</i>	<i>numerisch (mit GTR)</i>
<b>Definitionsbereich</b>	Für welche $x$ gibt es ein $f(x)$ ? Für welche nicht?	Stellen ausnehmen, wo Nenner = 0 <u>oder</u> $f$ nicht definiert ist. Bei Polynomen ist $ID = IR$ .	$y1 = f(x)$ eingeben. Graph auf Polstellen (senkrechte Asymptote) untersuchen.
<b>Differenzierbarkeit</b>	Hat der Graph „Knicke“, Sprünge oder Definitionslücken?	Knicke: nur bei speziellen oder zusammengesetzten Funktionen. Lücken s.o.	Graph anschauen. Eingabe stückweise Fkt.: $(a < X)(X < b)(f(x)) \dots$
<b>Globalverhalten</b>	Wie sieht der Graph Richtung $\pm \infty$ aus? Gibt es Asymptoten?	Grenzwert für $x \rightarrow \pm \infty$ bilden. Großer Wert eingesetzt in $f(x)$ gibt Orientierung.	Graph oder Wertetabelle für große Beträge anschauen gibt Orientierung.
<b>Symmetrie</b>	Achsensymmetrie zur $y$ -Achse? Punktsymmetrie zum Ursprung?	Setze $x_S$ und $-x_S$ in $f(x)$ ein. Forme um ... $f(x_S) = f(-x_S)$ ? AS!, $f(x_S) = -f(-x_S)$ ? PS!	Graphen von $f(x)$ sowie $f(-x)$ bzw. $-f(-x)$ anzeigen. Deckungsgleich $\rightarrow$ Symmetrie
<b>Nullstellen</b>	An welchen Stellen $x_0$ schneidet der Graph die $x$ -Achse?	Setze $f(x) = 0$ , berechne alle $x_0$ . (Gleichung lösen durch Probieren, Polynomdivision, p-q-Formel, andere bekannte Methoden)	$y1 = f(x)$ <input type="button" value="2nd"/> <input type="button" value="calc"/> 2:zero <input type="button" value="enter"/> LeftBound? <input type="button" value="left"/> <input type="button" value="left"/> <input type="button" value="enter"/> RightBound? <input type="button" value="right"/> <input type="button" value="right"/> <input type="button" value="enter"/> Guess? <input type="button" value="left"/> <input type="button" value="enter"/>
<b>lokale Extremstellen</b>	An welchen Stellen $x_E$ hat der Graph „Buckel“ oder „Senken“?	Setze $f'(x_E) = 0$ ; berechne alle $x_E$ . Prüfe: $f''(x_E) < 0$ <u>oder</u> VZW $f'$ : $+\rightarrow-$ ? lok. Max; $f''(x_E) > 0$ <u>oder</u> VZW $f'$ : $-\rightarrow+$ ? lok. Min	$y2 = \frac{d}{dx}(Y_1) _{X=X}$ <input type="button" value="2nd"/> <input type="button" value="calc"/> 2:zero <input type="button" value="enter"/> LeftBound? <input type="button" value="left"/> <input type="button" value="left"/> <input type="button" value="enter"/> RightBound? <input type="button" value="right"/> <input type="button" value="right"/> <input type="button" value="enter"/> Guess? <input type="button" value="left"/> <input type="button" value="enter"/> (bei mehreren Graphen wechseln <input type="button" value="up"/> )
<b>Extrempunkte</b>	Welche $f(x)$ -Werte gehören zu den Extremstellen?	Setze die Stellen $x_E$ in die Funktionsgleichung ein $f(x)$ und berechne. Punkte: $(x_E / f(x_E))$	Im Hauptbildschirm: $y1(x_E)$ <input type="button" value="ENTER"/> <u>oder</u> <input type="button" value="2nd"/> <input type="button" value="calc"/> 1:value <input type="button" value="enter"/> $x_E$ <input type="button" value="enter"/>
<b>Monotonie</b>	In welchen Intervallen steigt oder fällt der Funktionsgraph?	für $f'(x) < 0$ fällt der Graph, für $f'(x) > 0$ steigt der Graph	Graph anschauen: steigt oder fällt? <u>oder</u> Ableitung anschauen: unter oder über $x$ -Achse
<b>Wendestellen</b>	An welche Stellen $x_W$ ändert der Graph die Kurvenrichtung?	Setze $f''(x_W) = 0$ ; berechne alle $x_W$ . Prüfe: $f'''(x_W) \neq 0$ <u>oder</u> VZW von $f''$ bei $x_W$ ?	$y3 = f''(x)$ s.o. <input type="button" value="2nd"/> <input type="button" value="calc"/> 2:zero <input type="button" value="enter"/> LeftBound? <input type="button" value="left"/> <input type="button" value="left"/> <input type="button" value="enter"/> RightBound? <input type="button" value="right"/> <input type="button" value="right"/> <input type="button" value="enter"/> Guess? <input type="button" value="left"/> <input type="button" value="enter"/> (bei mehreren Graphen wechseln <input type="button" value="up"/> )
<b>Wendepunkte</b>	Welche $f(x)$ -Werte gehören zu den Wendestellen?	Setze die Stellen $x_W$ in die Funktionsgleichung $f(x)$ ein und berechne. Punkte: $(x_W / f(x_W))$	Im Hauptbildschirm: $y1(x_W)$ <input type="button" value="ENTER"/> <u>oder</u> <input type="button" value="2nd"/> <input type="button" value="calc"/> 1:value <input type="button" value="enter"/> $x_W$ <input type="button" value="enter"/>
<b>Krümmungsverhalten</b>	In welchen Intervallen krümmt sich der Graph links- / rechtsherum?	für $f''(x) < 0$ ist der Graph eine Rechtskurve für $f''(x) > 0$ ist der Graph eine Linkskurve	$y3 = \frac{d}{dx}(Y_2) _{X=X}$ $f''$ <u>oder</u> $f$ betrachten
<b>(Wende-)tangente</b>	Gerade, die mit gleicher Steigung durch einen (Wende)punkt verläuft.	Gleichung aus „Steigungsdreieck“: $t: y = f'(x_W) \cdot (x - x_W) + f(x_W)$	evtl. <input type="button" value="window"/> $X=0.1$ Tracestep=0. $\times$ einstellen <input type="button" value="graph"/> <input type="button" value="2nd"/> <input type="button" value="draw"/> 5:Tangent Pkt.wählen <input type="button" value="enter"/>